

1、Rectangle

矩形窗属于时间变量的零次幂窗。矩形窗使用最多，习惯上不加窗就是使信号通过了矩形窗。这种窗的优点是主瓣比较集中，缺点是旁瓣较高，并有负旁瓣，导致变换中带进了高频干扰和泄漏，甚至出现负谱现象。

$$w(k) = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq N \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

2、Bartlett

三角窗亦称费杰（Fejer）窗，是幂窗的一次方形式。与矩形窗比较，主瓣宽约等于矩形窗的两倍，但旁瓣小，而且无负旁瓣。

$$w(k) = \begin{cases} \frac{2k}{n-1} & 0 \leq k \leq \frac{1}{2}(n-1) \\ 2 - \frac{2k}{n-1} & \frac{1}{2}(n-1) \leq k \leq n-1 \end{cases}$$

3、triangular

The triangular window is very similar to a Bartlett window. The Bartlett window always ends with zeros at samples 1 and n, while the triangular window is nonzero at those points.

奇数:

$$w(k) = \begin{cases} \frac{2k}{n+1} & 1 \leq k \leq \frac{n+1}{2} \\ \frac{2(n-k+1)}{n+1} & \frac{n+1}{2} \leq k \leq n \end{cases}$$

偶数:

$$w(k) = \begin{cases} \frac{2k-1}{n} & 1 \leq k \leq \frac{n}{2} \\ \frac{2(n-k+1)}{n} & \frac{n}{2} + 1 \leq k \leq n \end{cases}$$

4、cosine

$$w(k) = \cos\left(\frac{\pi k}{n-1} - \frac{\pi}{2}\right)$$

5、Hanning

汉宁窗又称升余弦窗，汉宁窗可以看作是3个矩形时间窗的频谱之和，或者说是 3个 $\text{sine}(t)$ 型函数之和，而括号中的两项相对于第一个谱窗向左、右各移动了 π/T ，从而使旁瓣互相抵

消，消去高频干扰和漏能。可以看出，汉宁窗主瓣加宽并降低，旁瓣则显著减小，从减小泄漏观点出发，汉宁窗优于矩形窗。但汉宁窗主瓣加宽，相当于分析带宽加宽，频率分辨力下降。

$$w(k) = 0.5 * (1 - \cos \frac{2\pi k}{n-1})$$

6、bartlett_hanning

this window has a mainlobe at the origin and asymptotically decaying sidelobes on both sides. It is a linear combination of weighted Bartlett and Hann windows with near sidelobes lower than both Bartlett and Hann and with far sidelobes lower than both Bartlett and Hamming windows. The mainlobe width of the modified Bartlett-Hann window is not increased relative to either Bartlett or Hann window mainlobes.

$$w(k) = 0.62 - 0.48 \left| \frac{k}{n-1} - \frac{1}{2} \right| - 0.38 \cos \left(\frac{2\pi k}{n-1} \right)$$

7、Hamming

海明窗也是余弦窗的一种，又称改进的升余弦窗。海明窗与汉宁窗都是余弦窗，只是加权系数不同。海明窗加权的系数能使旁瓣达到更小。分析表明，海明窗的第一旁瓣衰减为一42dB。海明窗的频谱也是由3个矩形时窗的频谱合成，但其旁瓣衰减速度为20dB / (10oct)，这比汉宁窗衰减速度慢。海明窗与汉宁窗都是很有用的窗函数。

$$w(k) = 0.54 - 0.46 * \cos \frac{2\pi k}{n-1}$$

8、Blackman

Blackman windows have slightly wider central lobes and less sideband leakage than equivalent length Hamming and Hann windows. (Blackman 窗拥有略宽的主瓣和相对于同等长度 Hamming and Hann 窗，更少的盘瓣泄漏。)

$$w(k) = 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi k}{n-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi k}{n-1}$$

9、blackman_Harris

The window is minimum in the sense that its maximum sidelobes are minimized. (**4-term Blackman-harris** 在最大盘瓣上讲，是最小化的。)

$$w(k) = 0.35875 - 0.48829 \cos \frac{2\pi k}{n-1} + 0.14128 \cos \frac{4\pi k}{n-1} - 0.01168 \cos \frac{6\pi k}{n-1}$$

10、Tukey

The tukey window also known as the tapered cosine window, can be regarded as a cosine lobe of width $\frac{\alpha n}{2}$ that is convolved with a rectangle window of width $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)n$. At $\alpha = 0$ it becomes rectangular, and at $\alpha = 1$ it becomes a Hanning Window.

$$w(k) = \begin{cases} 0.5(1 + \cos((\frac{2k}{\alpha n} - 1)\pi)) & 0 \leq k \leq \frac{\alpha n}{2} \\ 1 & \frac{\alpha n}{2} \leq k \leq \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)n \\ 0.5(1 + \cos((\frac{2k}{\alpha n} - \frac{2}{\alpha} + 1)\pi)) & \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)n \leq k \leq n \end{cases}$$

11、Nuttall

The window is minimum in the sense that its maximum sidelobes are minimized. The coefficients for this window differ from the Blackman-Harris window coefficients computed with blackmanharris and produce slightly lower sidelobes

$$w(k) = 0.3635819 - 0.4891775 \cos \frac{2\pi k}{n-1} + 0.1365995 \cos \frac{4\pi k}{n-1} - 0.0106411 \cos \frac{6\pi k}{n-1}$$

12、FlatTop

Flat Top windows have very low passband ripple (< 0.01 dB) and are used primarily for calibration purposes. Their bandwidth is approximately 2.5 times wider than a Hann window.

Flat Top 有非常低的通带波纹(< 0.01 dB), 主要用于校准的目的。他的带宽大约是 Hann 窗 2.5 倍多。

$$w(k) = 0.21557895 - 0.41663158 \cos \frac{2\pi k}{n-1} + 0.277263158 \cos \frac{4\pi k}{n-1} - 0.083578947 \cos \frac{6\pi k}{n-1} + 0.006947368 \cos \frac{8\pi k}{n-1}$$

13、Bohman

A Bohman window is the convolution of two half-duration cosine lobes. In the time domain, it is the product of a triangular window and a single cycle of a cosine with a term added to set the first derivative to zero at the boundary. Bohman windows fall off as $1/w^4$.

$$w(k+1) = \left[1.0 - \frac{k - \frac{n}{2}}{\frac{n}{2}} \right] \cos \left[\pi \frac{k - \frac{n}{2}}{\frac{n}{2}} \right] + \frac{1}{\pi} \sin \left[\pi \frac{k - \frac{n}{2}}{\frac{n}{2}} \right]$$

14、Parzen

Parzen windows are piecewise cubic approximations of Gaussian windows. Parzen window sidelobes fall off as $1/w^4$.

$$w(k) = 1.0 - 6 \left[\frac{k}{n/2} \right]^2 \left[1.0 - \frac{|k|}{n/2} \right] \quad 0 \leq |n| \leq \frac{N}{4}$$

$$w(k) = 2 \left[1.0 - \frac{|k|}{n/2} \right]^3 \quad \frac{N}{4} \leq |n| \leq \frac{N}{2}$$

15、Lanczos

$$w(k) = \sin c \left(\frac{2k}{n-1} - 1 \right)$$

16、Kaiser

$$w_k(k) = \frac{I_0(\beta)}{I_0(\alpha)} \quad 0 \leq k \leq n$$

$$\beta = \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{2k}{n-1} - 1 \right)^2}$$

$I_0(x)$ 是零阶第一类修正贝塞尔函数，可用下面级数计算：

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k!} \left(\frac{x}{2} \right)^k \right)^2$$

17、Gauss

高斯窗是一种指数窗。高斯窗谱无负的旁瓣，第一旁瓣衰减达-55dB。高斯窗谱的主瓣较宽，故而频率分辨力低。高斯窗函数常被用来截断一些非周期信号，如指数衰减信号等。

$$w(k) = e^{-\frac{1}{2} \left(\alpha \frac{k-n}{n/2} \right)^2} \quad 0 \leq k \leq n \quad \alpha \geq 2$$

18、dolph_chebyshev

参数 at，指定设计的窗的最大衰减。

注意：N 必须为奇数。

不同的窗函数对信号频谱的影响是不一样的，这主要是因为不同的窗函数，产生泄漏的大小不一样，频率分辨能力也不一样。信号的截断产生了能量泄漏，而用 FFT 算法计算频谱又产生了栅栏效应，从原理上讲这两种误差都是不能消除的，但是我们可以通过选择不同的窗函数对它们的影响进行抑制。矩形窗主瓣窄，旁瓣大，频率识别精度最高，幅值识别精度最低；布莱克曼窗主瓣宽，旁瓣小，频率识别精度最低，但幅值识别精度最高。

对于窗函数的选择，应考虑被分析信号的性质与处理要求。如果仅要求精确读出主瓣频率，而不考虑幅值精度，则可选用主瓣宽度比较窄而便于分辨的矩形窗，例如测量物体的自振频率等；如果分析窄带信号，且有较强的干扰噪声，则应选用旁瓣幅度小的窗函数，如汉宁窗、三角窗等；对于随时间按指数衰减的函数，可采用指数窗来提高信噪比。

窗函数选择指南

如果在测试中可以保证不会有泄露的发生，则不需要用任何的窗函数（在软件中可选择 uniform）。但是如同刚刚讨论的那样，这种情况只是发生在时间足够长的瞬态捕捉和一帧数据中正好包含信号整周期的情况。

如果测试信号有多个频率分量，频谱表现的十分复杂，且测试的目的更多关注频率点而非能量的大小。在这种情况下，需要选择一个主瓣够窄的窗函数，汉宁窗是一个很好的选择。

如果测试的目的更多的关注某周期信号频率点的能量值，比如，更关心其 EUpeak, EUpeak-peak, EUrms 或者 EUrms2，那么其幅度的准确性则更加的重要，可以选择一个主瓣稍宽的窗，flattop 窗在这样的情况下经常被使用。

对冲击实验的数据进行分析时，因为在数据帧开始段的一些重要信息会被一般的窗函数所衰减，因此可以使用 force/exponential 窗。Force 窗一移去了数据帧末端的噪声，对激励信号有用。而 exponential 窗则确保响应信号在末端的振动衰减为零值。激励信号加力窗是为了减小干扰，而响应信号加指数窗是为了减小泄露

如果被测信号是随机或者未知的，选择汉宁窗。